



Physics Academy

www.physicsacademy.org

General Physics I

Mechanics: Principles & Applications

Unit6: The Law of Universal Gravitation



Lecture (19) Newton's Universal Law of Gravity

Dr. Hazem Falah Sakeek
Al-Azhar University of Gaza

Unit 6: The Law of Universal Gravitation

- 1 Introduction
- 2 Newton's universal law of gravity
- 3 Weight and gravitational force
- 4 Gravitational potential energy
- 5 Total Energy for circular orbital motion
- 6 Escape velocity
- 7 Problems



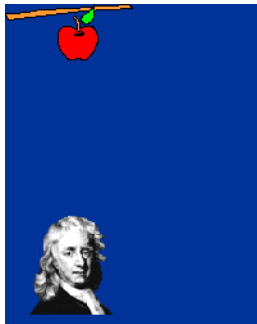
Newton's Universal Law of Gravity



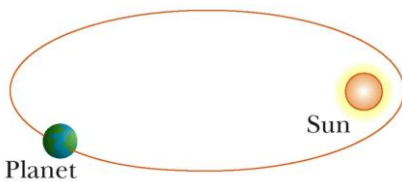
Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

3

Newton's Universal Law of Gravity



وضع العالم نيوتن قانون الجاذبية العام بعد الرواية المشهورة عنه وهي سقوط التفاحة على رأسه بينما كان نائماً تحت شجرة، فتوصل إلى أن القوة التي أثرت على التفاحة لتسقط على الأرض هي نفس القوة التي تجذب القمر إلى الأرض. وتبين أيضاً أن قانون الجذب العام لنيوتن ينطبق على القوة المتبادلة بين الكواكب والأجسام المادية على حد سواء.



- The apple was attracted to the Earth
- All objects in the Universe were attracted to each other in the same way the apple was attracted to the Earth

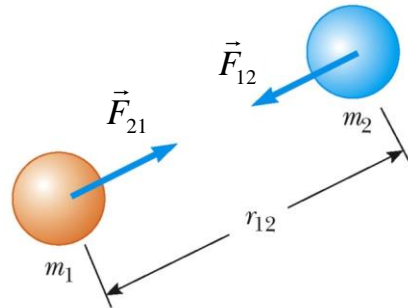
Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

4

Newton's Universal Law of Gravity

Every particle in the Universe attracts every other particle with a force that is **directly proportional to the product of the masses** and **inversely proportional to the square of the distance between them.**

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



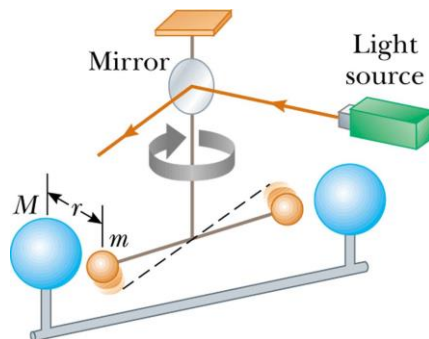
Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

5

Universal Gravitation

- G is the constant of universal gravitation
- $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$
- This is an example of an *inverse square law*
- Determined experimentally
- Henry Cavendish in 1798

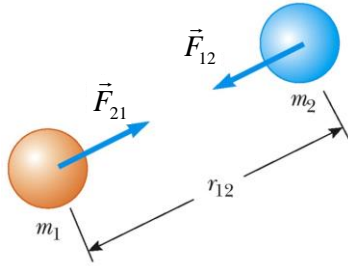
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

6

Universal Gravitation



القوة المتبادلة بين كتلتين m_1 و m_2 هي ناتجة عن التأثير المتبادل بينهما وعليه فإن F_{21} هي قوة الجذب على الكتلة الثانية من تأثير الكتلة الأولى. كذلك فإن القوة F_{12} هي قوة الجذب على الكتلة الأولى من تأثير الكتلة الثانية وفي كلا الحالتين فإن القوتين متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه. ويعبر عن ذلك بالمعادلة التالية:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$



يمكن استخدام قانون الجذب العام لنيوتن لإيجاد القوة المتبادلة بين جسم كتلته m والكرة الأرضية، وهنا يتم التعامل مع كتلة الكرة الأرضية على أنها مركزية في المركز وتحسب المسافة من مركز الأرض إلى الجسم ويكون قانون الجذب العام هو

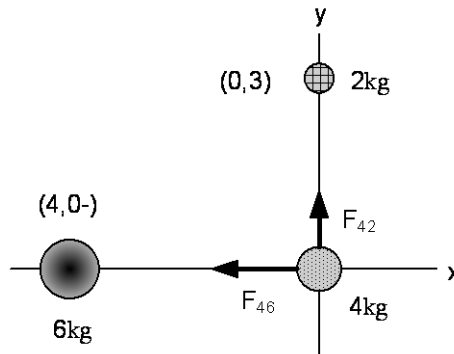
$$F = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

7

Example 1

Three uniform spheres of mass 2kg, 4kg, and 6kg are placed at the corners of a right triangle as shown in Figure. Calculate the resultant gravitational force on the 4kg mass.



Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

8

Solution

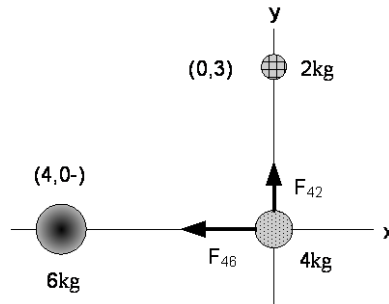
$$\vec{F}_4 = \vec{F}_{42} + \vec{F}_{46}$$

The force on the 4kg mass due to the 2kg mass is

$$\vec{F}_{42} = G \frac{m_4 m_2}{r_{42}^2} \vec{j}$$

$$\vec{F}_{42} = (6.67 \times 10^{-11}) \frac{4 \times 2}{3^2} \vec{j}$$

$$\vec{F}_{42} = 5.93 \times 10^{-11} \vec{j} \text{ N}$$



Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

9

Solution

The force on the 4kg mass due to the 6kg mass is

$$\vec{F}_{46} = G \frac{m_4 m_6}{r_{46}^2} (-\vec{i})$$

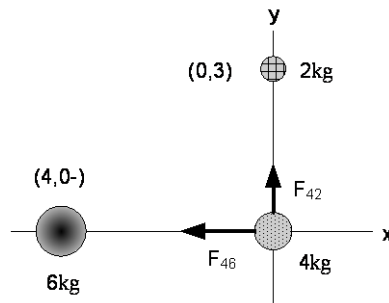
$$\vec{F}_{46} = -(6.67 \times 10^{-11}) \frac{4 \times 6}{4^2} \vec{i}$$

$$\vec{F}_{46} = -10 \times 10^{-11} \vec{i} \text{ N}$$

hence,

$$\vec{F}_4 = (-10\vec{i} + 5.93\vec{j}) \times 10^{-11} \text{ N}$$

$$F_4 = 11.6 \times 10^{-11} \text{ N} \quad \theta = 149^\circ$$

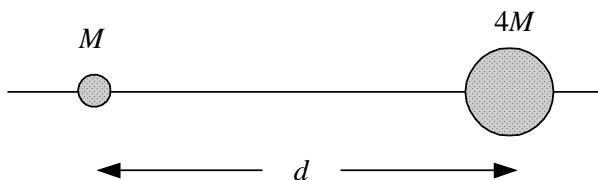


Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

10

Example 2

Two stars of masses M and $4M$ are separated by distance d . Determine the location of a point measured from M at which the net force on a third mass would be zero.



Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

11

Solution

حتى تكون القوى المؤثرة على الكتلة الثالثة m فإن القوتين المؤثرتين على الكتلة الثالثة يجب أن تكونا متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه. وهذا يتحقق عندما يكون موضع الكتلة الثالثة بين الكتلتين M و $4M$ وبالقرب من الكتلة الأصغر كما في الشكل.

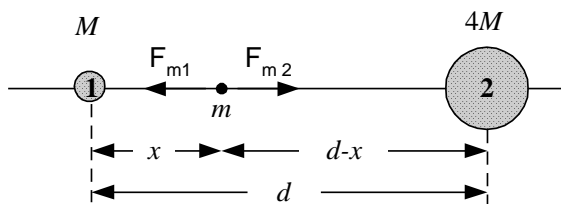
$$\vec{F}_{m2} = -\vec{F}_{m1}$$

$$G \frac{m4M}{(d-x)^2} = G \frac{mM}{(x)^2}$$

$$\frac{4}{(d-x)^2} = \frac{1}{(x)^2}$$

Solving for x then,

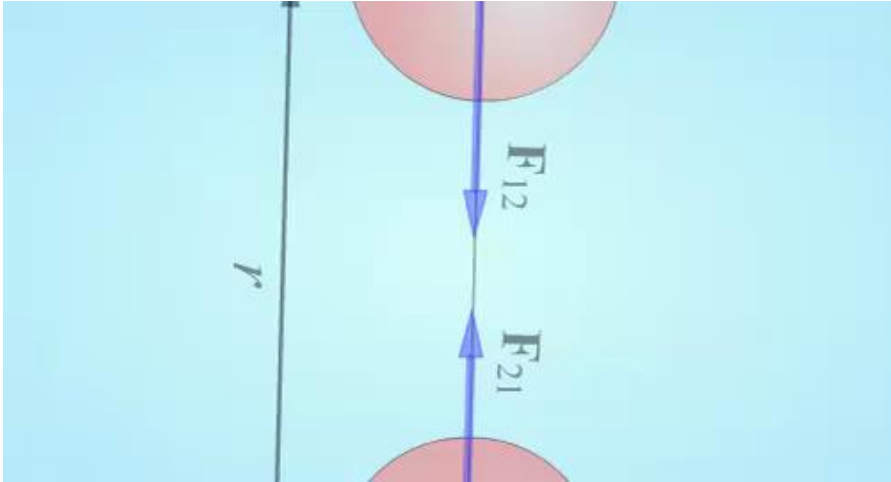
$$x = \frac{d}{3}$$



Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

12

Gravitational Force



Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

13

Free-fall Acceleration and Gravitational Force

Consider an object of mass m near the Earth's surface

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = G \frac{m M_E}{R_E^2}$$

Acceleration g due to gravity

$$F = G \frac{m M_E}{R_E^2} = mg$$

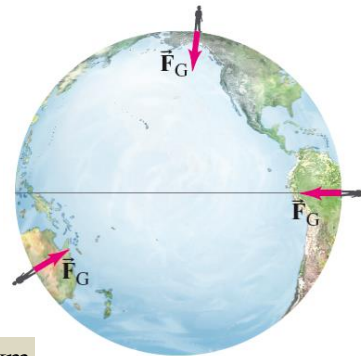
$$\therefore g = G \frac{M_E}{R_E^2}$$

Since

$$M_E = 5.9742 \times 10^{23} \text{ kg} \quad R_E = 6378.1 \text{ km}$$

Near the Earth's surface

$$\therefore g = G \frac{M_E}{R_E^2} = 6.67 \times 10^{-11} \frac{5.98 \times 10^{24}}{6.38 \times 10^6} = 9.8 \text{ m/s}^2$$



Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

14

Weight and Gravitational Force

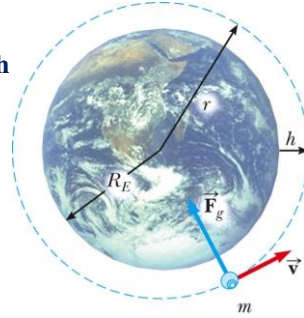
هنا يجب أن نذكر أن قوة الجاذبية بين كتلتين m_1 و m_2 هي من القوى ذات التأثير عن بعد **action-at-a-distance** وبالتالي يمكن أن نعتبر عجلة الجاذبية الأرضية على أنها مجال الجاذبية **gravitational field** ويمكن تعريف مجال الجاذبية الأرضية بأنها القوة المؤثرة على كتلة الجسم الموجود في مجال الجاذبية.

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

For a body of mass m a distance h above the earth then the distance r in the equation of the law of gravity is $r = R_E + h$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = G \frac{m M_E}{(R_E + h)^2}$$

$$g = G \frac{M_E}{(R_E + h)^2}$$



نستنتج من ذلك أن عجلة الجاذبية الأرضية تقل مع زيادة الارتفاع عن سطح الأرض وتكون صفراً عندما تكون r في اللانهاية.

Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

15

Example 3

Determine the magnitude of the acceleration of gravity at an altitude of 500km.

Solution

$$g' = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

$$g' = 6.67 \times 10^{-11} \frac{5.98 \times 10^{24}}{(6.38 \times 10^6 + 0.5 \times 10^6)^2}$$

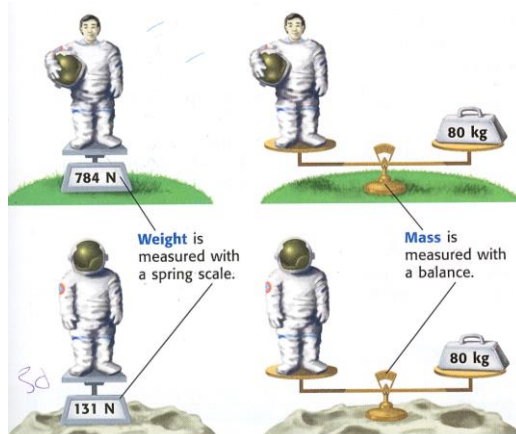
$$= 8.43 \text{ m/s}^2$$

Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

16

Weight and Gravitational Force

From Newton's second law we define the weight as a kind of force equal to mg where m is the mass of the particle and g the acceleration due to gravity, we can define the weight using the Newton's universal law of gravity as follow



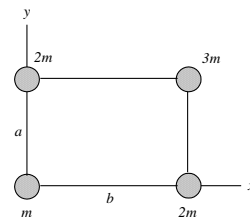
$$W = mg = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

17

Problems to be solved by yourself

- Two identical, isolated particles, each of mass 2 kg, are separated by a distance of 30 cm. What is the magnitude of the gravitational force of one particle on the other?
- A 200-kg mass and a 500-kg mass are separated by a distance of 0.40 m. (a) Find the net gravitational force due to these masses acting on a 50-kg mass placed midway between them. (b) At what position (other than infinitely remote ones) would the 50-kg mass experience a net force of zero?
- Three 5-kg masses are located at the corners of an equilateral triangle having sides 0.25 m in length. Determine the magnitude and direction of the resultant gravitational force on one of the masses due to the other two masses.
- Four particles are located at the corners of a rectangle as in the Figure. Determine the x and y components of the resultant force acting on the particle of mass m .



Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

18



المحاضرة القادمة

Gravitational Potential Energy

Dr. Hazem Falah Sakeek www.hazemsakeek.net & www.physicsacademy.org

19